

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2014
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ.: 30

A2. Σχολικό βιβλίο σελ.: 13

A3. Σχολικό βιβλίο σελ.: 59

A4. Α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. $v = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$ πωλητές.

B2.

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα f_i
[2, 4)	3	12	0,3
[4, 6)	5	8	0,2
[6, 8)	7	14	0,35
[8, 10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1

$$\frac{12}{40} = 0,3, \quad \frac{8}{40} = 0,2, \quad \frac{14}{40} = 0,35, \quad \frac{6}{40} = 0,15$$

B3.

α)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \sum_{i=1}^4 x_i f_i = 3 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,35 + 9 \cdot 0,15 \\ &= 0,9 + 1 + 2,45 + 1,35 = 5,7 \end{aligned}$$

β)

Στην κλάση $[4 - 6)$ με πλάτος 2 έχουμε 8 πωλητές.

Στην κλάση $[4,5 - 6)$ με πλάτος $\frac{3}{2}$ έχουμε x ; πωλητές.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow 4x = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

Άρα τουλάχιστον 4,5 χιλ. € πωλήσεις έκαναν $6 + 14 + 6 = 26$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f(x) = 4x^3 - \frac{7}{2}x^2 + x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$$

$$\Delta = 49 - 48 = 1 \quad x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{24} \begin{cases} \rightarrow \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \\ \rightarrow \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$		\nearrow	\searrow	\nearrow
		TM	TE	

Αφού $x_1 < x_2$ προκύπτει $P(K) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{3}$ και $P(\Pi) = 1 - P(K) - P(A) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$

Γ2.

$$P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

$$P(\Delta) = P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(A) + P(K) = \frac{7}{12}$$

Γ3.

$$N(A) = N(\Pi) - 4 \quad \text{Διαιρούμε με το } N(\Omega)$$

$$\frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{4}{N(\Omega)} = \frac{1}{12} \Leftrightarrow N(\Omega) = 48$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$$\text{Έχουμε} \quad \text{Πβάσης} = 20 \Leftrightarrow 2x + 2y = 20 \Leftrightarrow x + y = 10$$

$$\Leftrightarrow y = 10 - x$$

$$E_{\text{βάσης}} = x \cdot y$$

$$2E_1 = 2 \cdot 5 \cdot y$$

$$2E_2 = 2 \cdot 5 \cdot x$$

$$\text{Άρα } E(x) = x \cdot y + 5 \cdot 5y + 2 \cdot x \cdot 5$$

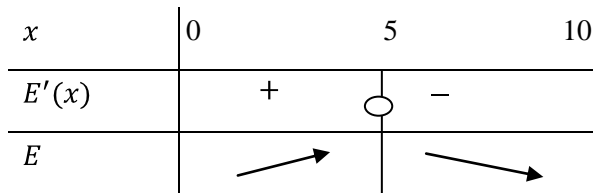
$$= x \cdot (10 - x) + 10 \cdot (10 - x) + 10x$$

$$= 10x - x^2 + 100 - \cancel{10x} + \cancel{10x}$$

$$= -x^2 + 10x + 100, \quad x \in (0, 10)$$

$$E'(x) = -2x + 10, \quad x \in (0, 10)$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 5dm$$



$$E_{\max} \quad \text{για} \quad x = 5dm$$

Δ2.

$$\alpha) 2s^2 - 5s + 2 = 0 \Leftrightarrow s = 2 \quad \text{ή} \quad s = \frac{1}{2}$$

$$\text{Όμως } CV_x > 10\% \Leftrightarrow \frac{s}{|\bar{x}|} > 10\% \stackrel{(Y)}{\Leftrightarrow} \frac{s}{8} > 10\%$$

$$\Leftrightarrow s > 0,8$$

$$\text{Άρα } s = 2$$

$$\beta) \text{ Γνωρίζουμε } s^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \stackrel{(a)}{\Leftrightarrow} 2^2 = \overline{x^2} - 8^2$$

$$\Leftrightarrow 4 = \overline{x^2} - 64 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 68$$

Δ3.

Είναι $E \downarrow [5,10)$, άρα:

$$R = y_1 - y_{15} = E(x_1) - E(x_{15})$$

$$= E(5) - E(9) = 125 - (-81 + 90 + 100)$$

$$= 125 - 109 = 16$$

$$\text{Άρα } y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow y_i > 4x_i + 9 \cdot 16 + 1$$

$$\Leftrightarrow y_i > -4x_i + 145 \Leftrightarrow E(x_i) > -4x_i + 145$$

$$\Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145$$

$$\Leftrightarrow x_i^2 - 14x_i + 45 < 0$$

$$\Leftrightarrow x_i \in (5,9)$$

Άρα $B = \{A_2, A_3, \dots, A_{14}\}$ και $N(B) = 13$ οπότε

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(B) = \frac{13}{15}$$